APRIL/MAY 2025

FMA21/CMA21 — CALCULUS

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

1. If $y = e^{ax}$ then find y_n.

   $y = e^{ax}$ எனில் y_n ன் மதிப்பைக் காண்க.



2. If $u = \frac{1}{x}, V = \frac{x^2}{y}$ then find $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$.

   $u = \frac{1}{x}, V = \frac{x^2}{y}$, எனில் $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$ வைக் காண்க.

3. Write the angle between the two curves.

   இரண்டு வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தை எழுதுக.

4. Define Radius of curvature.

   வளைவு ஆரத்தை வரையறு.

5. Write down the formula for centre of curvature.

வளைவாரத்தின் மையத்திற்கான வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

6. Define Evolute.

அலர்வரை (Evolute) வரையறு.

7. Prove that $\int_0^{\pi/2} \sin^h x \, dx = \int_0^{\pi/2} \cos^h x \, dx$.

$\int_0^{\pi/2} \sin^h x \, dx = \int_0^{\pi/2} \cos^h x \, dx$ என நிருபி.

8. Define Beta and Gamma functions.

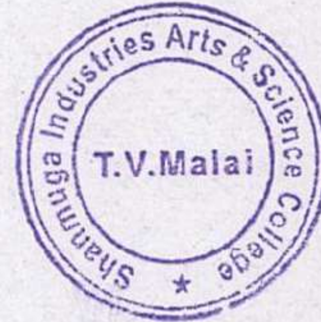
பீட்டா மற்றும் காமா சார்புகளை வரையறு.

9. Evaluate $\int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2) \, dx \, dy$.

$\int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2) \, dx \, dy$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

10. Evalute $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 dxdydz$.

$\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 dxdydz$ ன் மதிப்பைக் காண்க.



18. Show that the evolute the cycloid $x = a(\theta - \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$ is another cycloid.

$x = a(\theta - \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$ என்ற வட்டப்புள்ளியுருவின் [cycloid] அலர்வரை மற்றொரு வட்டப்பள்ளியுரு என நிருபி.

19. Derive the Reduction formula for $\int_0^{\pi/2} \cos^h x\,dx$.

$\int_0^{\pi/2} \cos^h x\,dx$ க்கான குறைப்பு சூத்திரத்தை வருவி.

20. Evaluate $\iiint xyz \quad dz\,dy\,dx$ taken through the positive octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

$\iiint xyz\ dz\,dy\,dx$ ன் மதிப்பை $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற கோளத்தின் மிகை கால் அரை பகுதியை பொறுத்து கணக்கிடுக.



SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) If $y = \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^m$ then prove that $(1 + x^2)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$.

$y = \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^m$ எனில் $(1 + x^2)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$ என நிருபி.

Or

(b) Find $\frac{du}{dt}$ where $u = x^2 + y^2 + z^2$, $x = e^t$, $y = e^t \sin t$ and $z = e^t \cos t$.

$u = x^2 + y^2 + z^2$, $x = e^t$, $y = e^t \sin t$ மற்றும் $z = e^t \cos t$ எனும் போது $\frac{du}{dt}$ ன் மதிப்பை காண்க.

12. (a) Find the angle at which the radius vector cuts the curve $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$.

ஆரை வெக்டரானது $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ என்ற வளைவரையை வெட்டும் இடத்தில் கோணத்தை கணக்கிடுக.

Or

(b) What is the radius of the curvature of the curve $x^4 + y^4 = 2$ at the point $(1,1)$?

$(1,1)$ என்ற புள்ளியில் $x^4 + y^4 = 2$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரத்தை காண்க.

13\. (a) Find the envelope of the family of circles $(x-a)^2 + y^3 = 2a$ where a is the parameter.

$(x-a)^2 + y^3 = 2a$ என்ற வட்டங்களின் தொகுப்பிற்கான உறையை (envelope) காண்க.

Or

(b) Find the asymptotes of the cubic $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$.

$y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$ என்ற முப்படியின் கந்தழித் தொடுகோட்டை காண்க.

14\. (a) Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} dx = \frac{\pi}{4}$.

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} dx = \frac{\pi}{4}$ என நிருபி.

Or

(b) Prove that $\sqrt{(n+1)} = n\sqrt{n}$ if $n > 0$.

$\sqrt{(n+1)} = n\sqrt{n}$ ($n > 0$ எனில்) என நிருபி.

15\. (a) Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தால் அடைபடும் பரப்பைக் காண்க.

Or

(b) Change the order of integration in the integral $\int_0^{\alpha}\int_0^{\alpha} \frac{e^{-y}}{y} dxdy$ and evaluate it.

$\int_0^{\alpha}\int_0^{\alpha} \frac{e^{-y}}{y} dxdy$ ன் வரிசையை மாற்றி மதிப்பிடுக.

Shanmuga Industries Arts & Science College
T.V.Malai

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16\. Find the maximum or minimum values of $2(x^2 - y^2) - x^4 + y^4$.

$2(x^2 - y^2) - x^4 + y^4$ ன் மீப்பெரு அல்லது மீச்சிறு மதிப்புகளை காண்க.

17\. Derive the polar equation of a conic.

கூம்பு வளைவரைக்கான போலார் சமன்பாட்டை வருவி.